

Urszula OSZWA

*Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
w Lublinie*

Wczesna matematyzacja dziecka — czynniki stymulujące i hamujące

Abstract: Early Mathematisation of the Child — Stimulating and Inhibiting Factors

Early mathematical education of a child is an important issue from the point of view of further education and the mathematical choice by students in subsequent stages of education. Therefore, these issues have psycho-pedagogical significance for the personal development of students and their long-term school career and life satisfaction. It is a part of the international educational assumptions, aimed at increasing the efficiency of mathematical education at the all levels of teaching in the European Union countries as the members of the OECD. The results of effective early mathematisation of the child become significant in the context of the increasing importance of mathematical education and the widening spectrum of its socioeconomic implications. The paper presents the models of the child's mathematical skills development and the directions of its effective support. It also introduces the problem of math anxiety and the ways of its alleviating.

Key words: mathematical education, early childhood, stimulation, inhibition, math anxiety

Słowa kluczowe: edukacja matematyczna, wczesne dzieciństwo, stymulacja, hamowanie, lęk przed matematyką

Wprowadzenie

Próby opisu rozwoju umiejętności matematycznych podejmowano w literaturze wielokrotnie (Piaget, 1966; Butterworth, 2005; Landerl, Kaufman, 2013; Kucian, von Aster, 2015). Dotychczas skonstruowano liczne modele posługiwania się liczbami, nie ma jednak zgodności co do jednego modelu uznanego powszechnie (Chodura i in., 2015). Może wynikać stąd, że same umiejętności arytmetyczne złożone są z wielu komponentów, powiązanych z licznymi procesami rozwojowymi, przebiegającymi w sposób zróżnicowany i indywidualny (Gillum,

2012). Zagadnienie komplikuje się jeszcze bardziej, gdy dotyczy szeroko rozumianej matematyki, a nie tylko procesów posługiwania się liczbami (Oszwa, 2007b; Landerl, Kaufman, 2013). Dotychczasowe poglądy na temat rozwoju kompetencji matematycznych grupują się w trzy trendy:

a) klasyczne, prezentujące umiejętności matematyczne z perspektywy ogólnego rozwoju poznawczego i inteligencji operacyjnej (Piaget, 1966; Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 1997);

b) współczesne, ukazujące specyficzne (*domain specific*) oraz niespecyficzne (*domain general*) umiejętności arytmetyczne, niezbędne w edukacji szkolnej (Gillum, 2012; Kucian, von Aster, 2015);

c) pozasystemowe, przedstawiające społeczno-kulturowe pozaszkolne determinanty rozwoju umiejętności dokonywania obliczeń (por. matematyka uliczna, kuchenna i szkolna; Nunes, Bryant, 1996) na bazie ich mózgowych (*brain-based*) uwarunkowań (por. moduł liczbowy; Butterworth, 1999, 2005).

Oprócz uporządkowanych modeli prezentujących mechanizmy i zależności procesów rozwojowych, powiązanych bezpośrednio bądź pośrednio z umiejętnościami operowania liczbami, opracowywane są rozwojowe linie wczesnych osiągnięć matematycznych. Listy takich kamieni milowych tworzone są na podstawie badań longitudinalnych oraz obserwacji matematycznych poczynąń dzieci w różnych okresach rozwojowych, dokonywanych przez różnych autorów (Butterworth, 2005; Oszwa, 2006a, 2009). Zgromadzenie rezultatów tych poszukiwań pozwala na ustalenie rozwojowej linii osiągnięć numerycznych w najwcześniejszych miesiącach i latach życia:

0;0 — różnicowanie zbiorów o niewielkich liczebnościach (do 4 elementów);

0;4 — dodawanie i odejmowanie jednego obiektu;

0;11 — różnicowanie między wzrastającą i malejącą sekwencją obiektów;

2;0 — początek poznawania kolejnych liczebników; dzielenie się klockami (1 : 1);

2;6 — rozpoznawanie, że liczebniki oznaczają więcej niż jeden obiekt;

3;0 — przeliczanie niewielkich zbiorów;

3;6 — stosowanie zasady kardynalności w celu określenia liczebności zbioru;

4;0 — spontaniczne używanie palców w celu szybkiego dodawania;

5;0 — dodawanie zbiorów o małych liczebnościach;

5;6 — rozumienie przemienności dodawania;

6;0 — rozumienie stałości liczby;

6;6 — rozumienie zasady przemienności odejmowania i dodawania; poprawne liczenie sekwencyjne nawet do 100;

7;0 — wydobywanie z pamięci faktów arytmetycznych bez liczenia ($2 + 4 = 6$).

Zgodnie z eksploracyjnie wypracowanym stanowiskiem rozwój zasad i strategii przeliczania stanowi warunek zdobycia umiejętności posługiwania się liczbami (Gelman, Gallistel, 1978; za: Oszwa, 2009). Dziecko trzyletnie odkrywa i potrafi stosować: a) zasadę stałego porządku — liczenie odbywa się zawsze według stałego porządku liczb; 2) zasadę jeden do jednego — każdemu przedmiotowi odpowiada jedna nazwa = liczebnik; 3) zasadę kardynalności — ostatni liczebnik określa wielkość zbioru obiektów. Dziecko pięcioletnie posługuje się ponadto: 4) zasadą abstrakcyjności — wszystkie objekty można liczyć, abstrahując od ich cech fizycznych (5 kulek, 5 słoni, 5 życzeń); 5) zasadą niezależności porządkowej — kierunek i porządek wskazywania obiektów przy liczeniu nie ma znaczenia, co oznacza, że można rozpocząć przeliczanie od dowolnego elementu zbioru. Trzeba zatem przyjąć, że dziecko potrafi operować liczbami, jeśli rozumie, że: a) przy przeliczaniu jeden liczebnik odpowiada jednemu obiektowi; b) zbiór obiektów ma liczbę; c) zbiory nie zawsze dotyczą rzeczy widzialnych (trzy kichnięcia); d) liczebność niewielkiego zbioru (do 4 elementów) można podać bez liczenia (Butterworth, 2005; Oszwa, 2009).

Fundamentalne prawidłowości psychologii rozwojowej (Oszwa, 2006a; Matejczuk, 2014; Molińska, Ratajczyk, 2014), a także rezultaty mózgowych eksploracji matematycznych (Blakemore, Frith, 2008) wskazują na naturalne zainteresowanie dziecka poznawaniem świata w kategoriach liczbowych, przestrzennych, pomiarowych (Oszwa, 2006a, 2007a). Pojawia się pytanie, jak w trwały sposób zafascynować dziecko matematyką, tak aby zaciekawienie to nie wygasło wraz z upływem lat i poziomem kształcenia, co często ma miejsce w wielu systemach nauczania (Dąbrowski, 2008; Oszwa (red.), 2008b, c; Oszwa, Chmiel, 2016; Turska, Oszwa, 2017).

Jak zafascynować dziecko matematyką?

Specjaliści z zakresu pedagogiki i dydaktyki matematyki podkreślają, że trzeba pozwalać dzieciom eksperymentować oraz mówić to, co myślą w trakcie tego procesu. Dziecko uczy się, działając i mówiąc o tym, co robi. Dotyczy to języka oraz matematyki. Odkrywa ono i konstruuje wiedzę osobistą, gdy zadaje pytania, objaśnia sobie i innym, zastanawia się, wyjaśnia, tłumaczy (Dąbrowski, 2008; 2013). Dorosły jest w tym procesie partnerem mającym duży wpływ na jego przebieg (Oszwa, 2008). Może bowiem przyspieszyć pojawienie się umiejętności albo wesprzeć ich rychłą obecność (por. strefa najbliższego rozwoju; Wygotski, 1989). Może też zniechęcić, przenieść ma dziecko własne lęki, a także, przyjmując postawę bierną, nieświadomie przekreślić szansę dziecięcej fascynacji. Istnieją badania nad czynnikami ryzyka trudności w uczeniu matematyki, wskazujące na negatywny wpływ procesu dydaktycznego na rozwój

umiejętności matematycznych (Beilock, 2008; Oszwa, 2008, 2013; Carey i in., 2016).

Czynniki stymulujące we wczesnej matematyzacji dziecka

Analiza literatury psychopedagogicznej, prezentującej stereotypy w edukacji matematycznej w warunkach polskich (Borsich, 2016; Turska, Oszwa, 2017) i na świecie (Tiedeman, 2002; Goetz i in., 2013), pozwala na wyodrębnienie dosyć długiej ich listy. W tym kontekście wydaje się ważna ich znajomość, ale także świadomość, że rozwojowi matematycznemu dziecka w niektórych warunkach wystarczy jedynie nie przeszkadzać (Sepehrianazar, Babae, 2014).

Podjmując próbę zestawienia zaleceń skutecznego wsparcia rozwoju numerycznego dziecka, można zaproponować kilka ich kierunków (por. Harper, Dane, 1998; Klus-Stańska, Nowicka, 2008; Hinton i in., 2014): 1) unikanie mechanizacji w edukacji matematycznej; 2) docenianie myślenia intuicyjnego dziecka; 3) unikanie wykonywania dużej liczby podobnych, typowych zadań; 4) nienarzucanie dzieciom metod i sposobów rozwiązania zadania; 5) docenianie edukacyjnej wartości błędu; 6) nauczanie zorientowane na proces myślenia, a nie na końcowy wynik; 7) wymyślanie zadań prostych, bliskich życia dziecka (w kuchni podczas nakrywania do stołu, przygotowywania posiłku, odmierzania składników); 8) unikanie algorytmizacji myślenia; 9) inspirowanie dzieci do twórczego rozumowania matematycznego w każdych okolicznościach, podczas rozwiązywania problemów; 10) tworzenie pozytywnych skojarzeń emocjonalnych z matematyką i liczbami (Dąbrowski, 2008, 2013; Klus-Stańska, Nowicka, 2013).

Pamiętać należy, że wczesna stymulacja i edukacja matematyczna dotyczyć powinna nie tylko liczb (Ramirez i in., 2016), choć te mogą fascynować dziecko w sposób szczególny, ale także: a) orientacji przestrzennej; b) ćwiczeń rytmicznych (mających związek z dostrzeganiem regularności, prawidłowości i organizacji czasu); c) pomiaru długości; d) klasyfikowania; e) ważenia; f) odmierzania płynów; g) intuicji geometrycznych; h) zapisywania czynności matematycznych; i) konstruowania gier liczbowych; j) przeliczania reszty i odliczania pieniędzy (por. Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 1997).

W dziecięcym rozkładzie dnia nie powinno zabraknąć zabaw rozwijających kompetencje matematyczne, takich jak: „Ubieraj się na czas. Przygotuj czapkę, szalik, koszulę, spodnie i buty mamy i taty. Zagraj z kolegami w ubieranie się na czas. Komu uda się ubrać w ciągu minuty zmierzonej na zegarze?”.

Istotną rozwojową umiejętnością progresywną jest przeliczanie na palcach (Butterworth, 2005). Wiele badań wskazuje na jego wartość w rozwoju umiejętności operowania liczbami, a zaburzenie gnozji palców (*finger agnosia*) może sta-

nowić predyktor w późniejszym pojawieniu się trudności w liczeniu (por. Oszwa, 2009; Gillum, 2012; Kucian, von Aster, 2015).

Cennym stymulatorem fascynacji matematyką jest konstruowanie gier przez dziecko z udziałem dorosłego (Cipora, Szczygieł, 2013). Podkreślane jest ich wielokierunkowe oddziaływanie rozwojowe w zakresie kształtowania odporności emocjonalnej, tolerancji dla odroczonej gratyfikacji i zdolności do wysiłku umysłowego, wytrwałości w dążeniu do rozwiązania problemu, umiejętności pracy w zespole, odkrywania własnych mocnych stron (Korolczuk, Zambrowska, 2014). Kostka, rysowanie planszy, odliczanie, mierzenie, poruszanie się po planszy z przeliczaniem pól to tylko nieliczne przykłady takich czynności (Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 1997).

Zalecane są także gry tworzone przez matematyków (Korolczuk, Zambrowska, 2014), np. „Superfarmer”, którego autorem jest matematyk Karol Borsuk. Celem gry jest zbieranie zwierząt. Gra ćwiczy podejmowanie decyzji, analizowanie sytuacji, ocenę ryzyka, tworzenie strategii, myślenie antycypacyjne, przewidywanie skutków.

W polskich przedszkolach coraz częściej pojawiają się szachy i oferowana jest możliwość nauczania się gry w nie. Warto pamiętać, że rozwijają one umiejętności cenione w matematyce, takie jak: myślenie problemowe, pamięć prognostyczna, myślenie strategiczne, koncentracja uwagi, rozumowanie antycypacyjne, myślenie przestrzenne, kreatywność, odkrywanie prawidłowości. Są to umiejętności niezbędne przy posługiwaniu się liczbami oraz zdobywaniu kolejnych stopni wtajemniczenia w tajniki matematyki (Kim i in., 2016).

Czynniki hamujące wczesną edukację matematyczną

Ich występowanie jest mniej widoczne w okresie przedszkolnym, gdy może przejawiać się w postaci braku zachęty ze strony dorosłych do podejmowania aktywności matematycznych albo transferu niechęci do rozwiązywania problemów (Bekdemir, 2010; Lake, Kelly, 2014).

Zagrożenie hamowaniem rozwoju umiejętności matematycznych ucznia przez edukacyjne czynniki systemowe staje się znacznie wyraźniejsze na poziomie kształcenia wczesnoszkolnego. Przyjmuje ono wówczas formę nauczania mechanizacji w dokonywaniu obliczeń (Hinton i in., 2014). Może manifestować się niedocenianiem myślenia intuicyjnego dziecka oraz jego własnej wiedzy (Klus-Stańska, Nowicka, 2008). Inne formy hamujących zachowań pedagogicznych to wykonywanie dużej liczby podobnych, typowych zadań, algorytmizacja myślenia (Dąbrowski, 2008), podyktowane chęcią nabrania wprawy i treningu przy jednoczesnym znudzeniu i osłabieniu potrzeby poznawczej dziecka (Oszwa, 2007a). Narzucanie dzieciom metod i sposobów rozwiązywania zadań może nie-

jednokrotnie odbywać się bez świadomości nauczyciela, że tego dokonuje (Oszwa, 2005). Przekazuje on sposób, w jaki sam był uczony, często wraz z negatywnymi emocjami towarzyszącymi uczeniu się matematyki (Bekdemir, 2010). Niedocenianie edukacyjnej wartości błędu (Kim i in., 2016), powiązane z nauczaniem zorientowanym na wynik, a nie na proces dochodzenia do niego, to również czynniki hamujące wczesną matematyzację dziecka (Dąbrowski, 2013; Klus-Stańska, Nowicka, 2008).

Długofalowym rezultatem takich działań może okazać się wytworzenie negatywnych skojarzeń emocjonalnych z matematyką i liczbami (Beilock, 2008; Carey i in., 2016; Ramirez i in., 2016).

Lęk przed matematyką jako szczególny inhibitor osiągnięć matematycznych

Na tle czynników osłabiających wczesną fascynację matematyką miejsce specyficzne zajmuje lęk przez tym przedmiotem (Isiksal i in., 2009; Lake, Kelly, 2014). Jest to negatywny stan emocjonalny towarzyszący kontaktom z matematyką (Ashcraft, Moore, 2009) o zróżnicowanym natężeniu — od obawy do silnego strachu, z lękowymi reakcjami fizjologicznymi (Carey i in., 2014). Jest on często niezależny od innych rodzajów lęku (Cipora, 2015). Wiele badań wskazuje na negatywny pokoleniowy transfer tego stanu i postawy (Bekdemir, 2010; Harper, Daane, 1998).

Nielubiący matematyki nauczyciele i rodzice (Vukovic i in., 2013) przekazują swoje negatywne postawy uczniom (Lake, Kelly, 2014). Nauczają matematyki tak, jak sami byli uczeni — nie zawsze skutecznie, konstruktywnie. Często ukazują uczniom matematykę jako zamknięty, zimny, mało twórczy przedmiot szkolny. Bywają przekonani, że brak zrozumienia matematyki jest skutkiem świadomej nieuwagi, małego wysiłku albo niskich zdolności (często w zależności od płci ucznia; por. Bieg i in., 2015; Borsich, 2016; Goetz i in., 2013; Tiedemann, 2002; Turska, Oszwa, 2017), za co uczeń powinien być ukarany niską oceną. Nie uwzględniają stylu rozumowania matematycznego ucznia — typ konika polnego (*grasshopper*) oraz typ gąsienicy (*caterpillar*) — wynikającego z dominującego u ucznia stylu poznawczego (impulsywnego-refleksyjnego; por. Matejczuk, 2014).

Podkreśla się szczególną rangę emocji w edukacji matematycznej (Beilock, 2008; Trezise, Reeve, 2014). Znane jest tzw. koło mistrzostwa/zwycięstwa w uczeniu się matematyki (*virtuous circle*) oraz koło porażki (*vicious circle*; por. Oszwa, 2005). Mają one charakter spiralnego: a) nawarstwiania się trudności pod wpływem negatywnych doświadczeń początkowych albo b) doskonalenia i nabywania wprawy wskutek podejmowania coraz liczniejszych wyzwań w sy-

tuacji pozytywnych doświadczeń z matematyką w okresie początkowym (Butterworth, 1999; Oszwa, 2008).

Łagodzenie lęku przed matematyką

Kształtowanie przyjemnych skojarzeń z matematyką oraz redukcja lęku przed tym przedmiotem stanowią ważny kierunek oddziaływań pedagogicznych. Wymagają zaangażowania wszystkich ogniw systemu wychowawczego i edukacyjnego. Powinny uwzględniać następujące obszary (Ramirez i in., 2016; Sepehri-nazar, Babae, 2014; Vukovic i in., 2013): 1) unikanie torowania lękowego i kształtowania negatywnych postaw (rodzice, nauczyciele); 2) docenianie procesu, wysiłku, edukacyjnej wartości błędu (Kim i in., 2016) oraz rozwijanie mentalności wzrostowej (*growth mindset*) zamiast zafiksowanej (*fixed mindset*; Dweck, 2017); 3) stosowanie technik relaksacji w edukacji matematycznej (trening autogenny) u osób z lękiem nasilonym (Beilock, 2008); 4) ukazywanie matematyki jako zdolności do logicznego rozumowania, a nie tylko umiejętności dojścia do prawidłowego wyniku podczas rozwiązywania zadania, orientacja na proces (Klus-Stańska, Nowicka, 2008); 5) stwarzanie okazji do matematycznych konwersacji i twórczych odkryć — praca w zespołach (Dąbrowski, 2013); 6) nauczanie (inter)aktywne (Isiksal i in., 2009); 7) stwarzanie okazji do odkrywania prawidłowości, a nie uczenie gotowych algorytmów; 8) szacowanie (podawanie orientacyjnej wartości bez przeliczania; por. Kim i in., 2016).

Inspirujący nauczyciel matematyki wydaje się stanowić najlepsze remedium na lęk przed tym przedmiotem u uczniów (Bekdemir, 2010; Chodura i in., 2015; Harper, Daane, 1998). Powinien on dążyć do odkrywania zasad przez ucznia, zachęcać do zmagania. Badania wykazują, że najbardziej efektywne myślenie zachodzi głównie wtedy, kiedy zmagamy się z problemem (Trezise, Reeve, 2014). Rozmowa i dyskusja w grupie pogłębiają ciekawość i chęć podejmowania ryzyka (Hinton i in., 2014). Nauczyciel nie zawsze jest źródłem odpowiedzi, czasami może jej nawet nie znać. Wtedy szuka razem z uczniem, pokazując, że niezajomość odpowiedzi nie jest wstydem (Ramirez i in., 2016). Zachęca także ucznia do podawania uzasadnień i wyjaśnień swojego sposobu rozumowania, co tworzy przestrzeń dla rozmowy matematycznej (Dąbrowski, 2008). Ważnym elementem w edukacji redukującej lęk przed matematyką jest akceptacja pomysłów ucznia (Hinton i in., 2014). Tak była odkrywana nowa matematyka przez ludzi mających odwagę kwestionować istniejący stan rzeczy i gotowych do udowodnienia sądu (Ciesielski, Pogoda, 2005). Nauczyciel, który traktuje matematykę jako pasję, wyzwanie, zabawę w poszukiwanie, łamanie reguł, dowodzenie, ma zwykle największą liczbę uczniów do siebie podobnych (Trezise, Reeve, 2014).

Wnioski

Zagadnienie wczesnej matematyzacji dziecka należy postrzegać w szerokim kontekście psychospołecznym, w którym:

- rodzice stwarzają inspiracje matematyczne w zabawie (Sepehrianazar, Babae, 2014; Vukovic i in., 2013);

- nauczyciele edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej budują pozytywne postawy wobec matematyki i jej przydatności życiowej, wzbudzając ciekawość i nie hamując dziecięcych pasji (Butterworth, 1999);

- nauczyciele matematyki zachęcają do uzasadniania (Dąbrowski, 2008), odkrywania, eksperymentowania, logicznego myślenia, rozwiązywania problemów (Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 1997);

- psychologowie współpracują ze szkołą, dokonują pomiaru umiejętności matematycznych oraz lęku przed matematyką (skale), oferują wsparcie, trening relaksacyjny (Beilock, 2008; Chodura i in., 2015);

- pedagodzy proponują alternatywne metody edukacji matematycznej, zamieniające gorycz porażki w radość z sukcesu (Trezise, Reeve, 2014).

W okresie wczesnego kształcenia rozbudzanie fascynacji i rozwijanie pasji matematycznych mogą być realizowane przez (Dąbrowski, 2008; Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 1997; Hinton i in., 2014; Isiksal i in., 2009; Kim i in., 2016; Klus-Stańska, Nowicka, 2008; Korolczuk, Zambrowska, 2014):

- zagadki matematyczne;

- eksperymentowanie z różnymi sposobami rozwiązań („a co będzie, jeśli...”);

- formułowanie pytań zamiast poleceń;

- dostrzeganie liczb i matematyki w codziennym otoczeniu dziecka;

- zachęcanie do samodzielnego pokonywania trudności różnymi sposobami;

- ukazywanie i akceptację wielu dróg dojścia do rozwiązania;

- zaniechanie narzucania rozwiązań;

- zabawy z pieniędzmi w kupowanie, sprzedawanie („o ile?”, „po ile?”);

- stosowanie gier i zabaw w liczenie i przeliczanie przy okazji edukacji przyrodniczej, językowej, fizycznej;

- wykorzystywanie pomysłów dzieci do nowych aranżacji matematycznych;

- odkrywanie nowych obszarów matematyki;

- manipulowanie konkretnymi przedmiotami w celach arytmetycznych;

- eksperymentowanie z liczbą, ilością, kształtem;

- przeliczanie z grupowaniem w dwójki, piątki, dziesiątki, dopełnianie do dziesięciu;

- szacowanie (podawanie orientacyjnej wartości bez przeliczania).

Podsumowanie

Wczesna edukacja matematyczna dziecka powinna przebiegać zgodnie z prawidłowościami rozwojowymi i być oparta na najnowszych wynikach badań, z propagowaniem dobrych praktyk (*Evidence-Based Practice in Psychology* (EBPP); por. Hunsley, 2007). Czynniki stymulujące różnią się siłą i zakresem oddziaływania na etapie kształcenia przedszkolnego i wczesnoszkolnego.

W najwcześniejszej fazie edukacji ważne jest stwarzanie sposobności do przeżywania radości z poznawania i odkrywania, w późniejszym okresie nauczyciel bazuje na wytworzonych przez dziecko nawykach i zdobytych doświadczeniach, które trudniej jest zmienić.

Pamiętać należy, że przekazywane uczniom przez nauczycieli i rodziców mogą być zarówno pasje i wyzwania, jak i emocje lękowe oraz znudzenie. Dobrze byłoby stwarzać liczne okazje do tych pierwszych, a unikać tych drugich. Zanim rozpoczniemy pracę z uczniem, warto zadać sobie pytanie, czy sami jesteśmy zafascynowani matematyką.

W tabeli przedstawiono w postaci akronimu syntezę sugestii, nadających kierunek zwiększaniu efektywności wczesnej matematyzacji dziecka.

Kierunki i strategie zwiększenia zafascynowania matematyką we wczesnym dzieciństwie

Zafascynowani	Matematyką
Zagadki matematyczne	Motorycznie i na konkretnych przedmiotach
A co będzie, jeśli...	A może jest inna dobra odpowiedź?
Formułowanie pytań zamiast poleceń	Trochę więcej pytań otwartych
Arytmetyka to liczby wokół nas	Eksperymentowanie z liczbą, ilością, kształtem
Samodzielnie na różne sposoby	Myślenie samodzielne
Codzienne życie z liczbami	A ja mam inny pomysł!
dYwergencja — wiele dróg dojścia	To policz do 10, przelicz, pogrupuj w dziesiątki
Nie narzucaj rozwiązań	wYkorzystuj sytuacje codzienne do liczenia
O ile, po ile? Pieniądze to liczby	Kierunek — tak, gotowe rozwiązanie — nie!
Więcej gier i zabaw w przeliczanie	bAądź inspiratorem dzieci do uczenia się w działaniu!
Aranżacje matematyczne z pomysłów dzieci	
Nowe zastosowania — co jeszcze można policzyć?	
I niech liczby, przestrzeń i czas nie będą dzieciom obce!	

Źródło: opracowanie własne.

Bibliografia

- Ashcraft, M., Moore, A. (2009). *Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance*. „Journal of Psychoeducational Assessment”, 27, s. 197–205.
- Beilock, S. (2008). *Math Performance in Stressful Situations*. „Current Directions in Psychological Science”, 17, 5, s. 339–343.
- Bekdemir, M. (2010). *The Re-service Teachers' Mathematics Anxiety Related to Depth of Negative Experiences in Mathematics Classroom while They Were Students*. „Educational Studies in Mathematics”, 75, s. 311–328.
- Bieg, M., Goetz, T., Wolter, I., Hull, N. (2015). *Gender Stereotype Endorsement Differentially Predicts Girls' and Boys' Trait-state Discrepancy in Math Anxiety*. „Frontiers in Psychology”, 6.
- Blakemore, S.-J., Frith, U. (2008). *Jak uczy się mózg*. Przeł. R. Andruszko. Kraków: Wyd. UJ.
- Borsich, S. (2016). *Znaczenie kategorii „zagrożenia stereotypem” dla procesu nauczania i uczenia się*. „Terazniejszość — Człowiek — Edukacja”, 19, nr 3 (75), s. 67–88.
- Butterworth, B. (1999). *The Mathematical Brain*. London: MacMillan.
- Butterworth, B. (2005). *The Development of Arithmetical Abilities*. „Journal of Child Psychology and Psychiatry”, 46, 1, s. 3–18.
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., Szucs, D. (2016). *The Chicken or the Egg? The direction of the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance*. „Frontiers in Psychology”, 6, s. 1–6.
- Chodura, S., Kuhn, J.-T., Holling, H. (2015). *Interventions for Children with Mathematical Difficulties. A meta-analysis*. „Zeitschrift für Psychologie”, 223, 2, s. 129–144.
- Ciesielski, K., Pogoda, Z. (2005). *Bezmiar matematycznej wyobraźni*. Warszawa: Prószyński i S-ka.
- Cipora, K. (2015). *Lęk przed matematyką z perspektywy psychologicznej i edukacyjnej*. „Edukacja”, 1, 132, s. 139–150.
- Cipora, K., Szczygieł, M. (2013). *Gry planszowe jako narzędzie wspomaganie wczesnych kompetencji matematycznych*. „Edukacja”, 3, 123, s. 60–75.
- Dąbrowski, M. (2008). *Pozwólmy dzieciom myśleć*. Warszawa: CKE.
- Dąbrowski, M. (2013). *(Za) trudne, bo trzeba myśleć*. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Dweck, C. (2017). *Nowa psychologia sukcesu*. Przeł. A. Czajkowska. Wyd. 2 popr. Warszawa: Muza.
- Gillum, J. (2012). *Dyscalculia: Issues for practice in educational psychology*. „Educational Psychology in Practice”, 28, 3, s. 287–297.
- Goetz, T., Bieg, M., Ludtke, O., Pekrun, L., Hull, N. (2013). *Do Girls Really Experience More Anxiety in Mathematics?* „Psychological Science”, 24, 10, s. 2079–2087.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska, E. (1997). *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*. Warszawa: WSiP.
- Harper, N., Daane, C. (1998). *Causes and Reduction of Math Anxiety in Preservice Elementary Teachers*. „Action in Teacher Education”, 19, 4, s. 29–38.
- Hinton, V., Strozier, S., Flores, M. (2014). *Building Mathematical Fluency for Students with Disabilities or Students at-Risk for Mathematics Failure*. „International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology”, 2, 4, s. 257–265.
- Hunsley, J. (2007). *Training Psychologists for Evidence-based Practice*. „Canadian Psychology”, 48, 1, s. 32–42.
- Isiksal, M., Curran, J., Koc, Y., Askun, C. (2009). *Mathematics Anxiety and Mathematical Self-concept: Considerations in preparing elementary-school teachers*. „Social Behavior and Personality”, 37, 5, s. 631–644.
- Kim, M., Grammer, J., Marylis, L., Carrasco, M., Morrison, F., Gehring, W. (2016). *Early Math and Reading Achievement Are Associated with the Error Positivity*. „Developmental Cognitive Neuroscience”, 22, s. 18–26.

- Klus-Stańska, D., Nowicka, M. (2008). *Sensy i bezsensy w edukacji wczesnoszkolnej*. Gdańsk: Harmonia Universalis.
- Korolczuk, R., Zambrowska, M. (2014). *Pozwólmy dzieciom grać*. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Kucian, K., Aster, von, M. (2015). *Developmental Dyscalculia*. „European Journal of Paediatrics”, 174, s. 1–13.
- Lake, V., Kelly, L. (2014). *Female Preservice Teachers and Mathematics: Anxiety, beliefs and stereotypes*. „Journal of Early Childhood Teacher Education”, 35, s. 262–275.
- Landerl, K., Kaufmann, L. (2013). *Dyskalkulia*. Przeł. M. Jaskowiak. Gdańsk: Harmonia Universalis.
- Matejczuk, J. (2014). *Rozwój dziecka — wiek przedszkolny*. Niezbędnik Dobrego Nauczyciela, seria 1, t. 2. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Molińska, M., Ratajczyk, A. (2014). *Edukacja przedszkolna*. Niezbędnik Dobrego Nauczyciela, seria 3, t. 2. Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Nunes, T., Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Oszwa, U. (2005). *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii*. Kraków: Impuls.
- Oszwa, U. (2006a). *Rozwój i ocena umiejętności matematycznych dzieci sześciolatek*. Warszawa: CMPPP.
- Oszwa, U. (2006b). *Specyficzne trudności w uczeniu się matematyki u dzieci*. W: A. Borkowska, Ł. Domańska (red.), *Neuropsychologia kliniczna dziecka. Wybór zagadnień*. Warszawa: PWN, s. 159–176.
- Oszwa, U. (2007a). *Dziecko z zaburzeniami rozwoju i zachowania w klasie szkolnej. Vademecum nauczycieli i rodziców*. Kraków: Impuls.
- Oszwa, U. (2007b). *Neuropsychology of Number Processing and Mathematical Disorders: From the past to the future*. „Acta Neuropsychologica”, 5, 3, s. 120–130.
- Oszwa, U. (2008). *Analiza wskaźników ryzyka rozwojowych trudności arytmetycznych*. W: U. Oszwa (red.), *Wczesna diagnoza dziecięcych trudności w liczeniu*. Kraków: Impuls.
- Oszwa, U. (2009). *Psychologiczna analiza procesów operowania liczbami u dzieci z trudnościami w matematyce*. Lublin: Wyd. UMCS.
- Oszwa, U. (2013). *Współczesne kierunki badań nad zaburzeniami umiejętności liczenia u dzieci*. W: G. Krasowicz-Kupis, M. Lipowska (red.), *Wspieranie rozwoju jako wyzwanie interdyscyplinarne*. Gdańsk: Harmonia Universalis, s. 71–81.
- Oszwa, U. (red.) (2008a). *Psychologia trudności arytmetycznych u dzieci. Domiesienia z badań*. Kraków: Impuls.
- Oszwa, U. (red.) (2008b). *Wczesna diagnoza rozwojowych trudności w liczeniu. Wybrane zagadnienia*. Kraków: Impuls.
- Oszwa, U., Chmiel, G. (2016). *Motywacja do uczenia się a lęk przed matematyką w klasach starszych szkoły podstawowej*. „Annales UMCS”. Sectio J: „Paedagogia — Psychologia”, 29, 3, s. 104–117.
- Piaget, J. (1966). *Narodziny inteligencji dziecka*. Przeł. M. Przetacznikowa. Warszawa: PWN.
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E., Levine, S., Beilock, S. (2016). *On the Relationship between Math Anxiety and Math Achievement in Early Elementary School: The role of problem solving strategies*. „Journal of Experimental Child Psychology”, 141, s. 83–100.
- Sepehranazar, F., Babae, A. (2014). *Structural Equation Modeling of Relationship between Mathematics Anxieties with Parenting Styles: The meditational role of goal orientation*. „Procedia — Social and Behavioral Sciences”, 152, s. 607–612.
- Tiedemann, J. (2002). *Teacher's Gender Stereotypes as Determinants of Teacher Perceptions in Elementary School Mathematics*. „Educational Studies in Mathematics”, 50, s. 49–62.

- Trezone, K., Reeve, R. (2014). *Cognition-emotion Interactions: Patterns of change and implications for math problem solving*. „Frontiers in Psychology”, 5, 840.
- Turska, D., Osza, U. (2017). *Nauczycielskie atrybucje zdolności do matematyki uczniów i uczennic*. „Kwartalnik Pedagogiczny”, 2, 24, s. 25–40.
- Vukovic, R., Roberts, S., Green Wright, L. (2013). *From Parental Involvement to Children’s Mathematical Performance: The role of mathematics anxiety*. „Early Education and Development”, 24, s. 446–467.
- Wygotski, L. (1989). *Myślenie i mowa*. Przeł. E. Flesznerowa, J. Fleszner. Warszawa: PWN.